

## Script generated by TTT

Title: Seidl: Info2 (09.12.2016)

Date: Fri Dec 09 08:27:19 CET 2016

Duration: 85:42 min

Pages: 25

Datentypen können auch rekursiv sein:

```
type folge = Ende | Dann of (int * folge)

# Dann (1, Dann (2, Ende));;
- : folge = Dann (1, Dann (2, Ende))
```

Beachte die Ähnlichkeit zu Listen!

## Anderes Beispiel

```
# let rec runter = function
    0 -> Ende
  | n -> Dann (n, runter (n-1));;
val runter : int -> folge = <fun>

# runter 4;;
- : folge = Dann (4, Dann (3, Dann (2, Dann (1, Ende))));;
# runter -1;;
Stack overflow during evaluation (looping recursion?).
```

Rekursive Datentypen führen wieder zu rekursiven Funktionen:

```
# let rec n_tes = function
    (_,Ende) -> -1
  | (0,Dann (x,_)) -> x
  | (n,Dann (_, rest)) -> n_tes (n-1,rest);;
val n_tes : int * folge -> int = <fun>

# n_tes (4, Dann (1, Dann (2, Ende))));;
- : int = -1
# n_tes (2, Dann (1, Dann(2, Dann (5, Dann (17, Ende))));;
- : int = 5
```

## Anderes Beispiel

```
# let rec runter = function
    0 -> Ende
    | n -> Dann (n, runter (n-1));;
val runter : int -> folge = <fun>

# runter 4;;
- : folge = Dann (4, Dann (3, Dann (2, Dann (1, Ende))));;
# runter -1;;
Stack overflow during evaluation (looping recursion?).
```

184

Er wird häufig benutzt, wenn eine Funktion nicht für alle Eingaben eine Lösung berechnet:

```
# let rec n_tes = function
    (n,Ende) -> None
    | (0, Dann (x,_)) -> Some x
    | (n, Dann (_,rest)) -> n_tes (n-1,rest);;
val n_tes : int * folge -> int option = <fun>

# n_tes (4,Dann (1, Dann (2, Ende)));;
- : int option = None
# n_tes (2, Dann (1, Dann (2, Dann (5, Dann (17, Ende)))));;
- : int option = Some 5
```

186

## Der Options-Datentyp

Ein eingebauter Datentyp in **Ocaml** ist **option** mit den zwei Konstruktoren **None** und **Some**.

```
# None;;
- : 'a option = None
# Some 10;
- : int option = Some 10
```

185

## 3 Funktionen – näher betrachtet

- Endrekursion
- Funktionen höherer Ordnung
  - Currying
  - Partielle Anwendung
- Polymorphe Funktionen
- Polymorphe Datentypen
- Namenlose Funktionen

187

### 3.1 Endrekursion

Ein letzter Aufruf im Rumpf  $e$  einer Funktion ist ein Aufruf, dessen Wert den Wert von  $e$  liefert ...

```
let f x = x+5
let g y = let z = 7
          in if y>5 then f (-y)
             else z + f y
```

Der erste Aufruf in ein letzter, der zweite nicht.

- ⇒ Von einem letzten Aufruf müssen wir nicht mehr zur aufrufenden Funktion zurück kehren.
- ⇒ Der Platz der aufrufenden Funktion kann sofort wiederverwendet werden !!!

188



### Diskussion

- Endrekursive Funktionen lassen sich ähnlich effizient ausführen wie Schleifen in imperativen Sprachen.
- Die Zwischenergebnisse werden in akkumulierenden Parametern von einem rekursiven Aufruf zum nächsten weiter gereicht.
- In einer Abschlussregel wird daraus das Ergebnis berechnet.
- Endrekursive Funktionen sind insbesondere bei der Verarbeitung von Listen beliebt ...

190

Eine Funktion  $f$  heißt **endrekursiv**, falls sämtliche rekursiven Aufrufe von  $f$  letzt sind.

### Beispiele

```
let rec fac1 = function
  (1, acc) -> acc
  | (n, acc) -> fac1 (n-1, n*acc);;
```

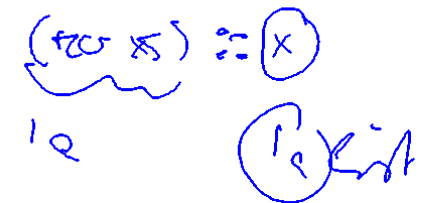
```
let rec loop x = if x<2 then x
                 else if x mod 2 = 0 then loop (x/2)
                 else loop (3*x+1);;
```

let fac n = fac1 (n, 1)

189

### Umdrehen einer Liste – Version 1

```
let rec rev list = match list
  with [] -> []
  | x::xs -> app (rev xs) [x]
```



191

## Umdrehen einer Liste – Version 2

```
let rev list = let rec r a l =  
  match l  
  with [] -> a  
       | x::xs -> r (x::a) xs  
in r [] list
```

193

## 3.2 Funktionen höherer Ordnung

Betrachte die beiden Funktionen

```
let f (a,b) = a+b+1;;  
let g a b = a+b+1;;
```

Auf den ersten Blick scheinen sich `f` und `g` nur in der Schreibweise zu unterscheiden. Aber sie haben einen **anderen Typ**:

```
# f;;  
- : int * int -> int = <fun>  
# g;;  
- : int -> int -> int = <fun>
```

195

## Umdrehen einer Liste – Version 2

```
let rev list = let rec r a l =  
  match l  
  with [] -> a  
       | x::xs -> r (x::a) xs  
in r [] list
```

Die lokale Funktion `r` ist end-rekursiv !



lineare Laufzeit !!

194



Haskell B. Curry, 1900–1982

197

Das Prinzip heißt nach seinem Erfinder Haskell B. Curry **Currying**.

- g heißt Funktion **höherer Ordnung**, weil ihr Ergebnis wieder eine Funktion ist.
- Die Anwendung von g auf ein Argument heißt auch **partiell**, weil das Ergebnis nicht vollständig ausgewertet ist, sondern eine weitere Eingabe erfordert.

Das Argument einer Funktion kann auch wieder selbst eine Funktion sein:

```
# let apply f a b = f (a,b);;
val apply : ('a * 'b -> 'c) -> 'a -> 'b -> 'c = <fun>
...
```

198



Haskell B. Curry, 1900–1982

197

Das Prinzip heißt nach seinem Erfinder Haskell B. Curry **Currying**.

- g heißt Funktion **höherer Ordnung**, weil ihr Ergebnis wieder eine Funktion ist.
- Die Anwendung von g auf ein Argument heißt auch **partiell**, weil das Ergebnis nicht vollständig ausgewertet ist, sondern eine weitere Eingabe erfordert.

Das Argument einer Funktion kann auch wieder selbst eine Funktion sein:

```
# let apply f a b = f (a,b);;
val apply : ('a * 'b -> 'c) -> 'a -> 'b -> 'c = <fun>
...
```

198

```
...
# let plus (x,y) = x+y;;
val plus : int * int -> int = <fun>
# apply plus;;
- : int -> int -> int = <fun>
# let plus2 = apply plus 2;;
val plus2 : int -> int = <fun>
# let plus3 = apply plus 3;;
val plus3 : int -> int = <fun>
# plus2 (plus3 4);;
- : int = 9
```

199

### 3.3 Einige Listen-Funktionen

```
let rec map f = function
  [] -> []
  | x::xs -> f x :: map f xs

let rec fold_left f a = function
  [] -> a
  | x::xs -> fold_left f (f a x) xs

let rec fold_right f = function
  [] -> fun b -> b
  | x::xs -> fun b -> f x (fold_right f xs b)
```

200

let ~~map~~ map f list =  
let rec dot acc = function  
 | [] -> acc  
 | x::xs -> dot (f x :: acc) xs  
in dot [] list

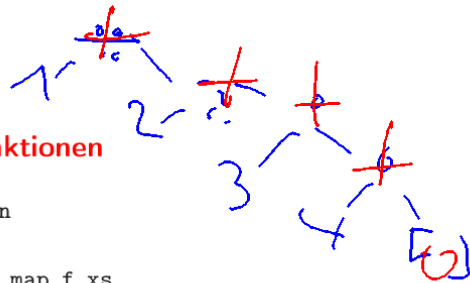
### 3.3 Einige Listen-Funktionen

```
let rec map f = function
  [] -> []
  | x::xs -> f x :: map f xs

let rec fold_left f a = function
  [] -> a
  | x::xs -> fold_left f (f a x) xs

let rec □fold_right f = function
  [] -> fun b -> b
  | x::xs -> fun b -> f x (fold_right f xs b)
```

200



( $!a \rightarrow b$ )  $\rightarrow !a$  list  $\rightarrow !a$  gphn

```
let rec find_opt f = function
  [] -> None
  | x::xs -> if f x then Some x
             else find_opt f xs
```

#### Beachte

- Diese Funktionen abstrahieren von dem Verhalten der Funktion  $f$ . Sie spezifizieren das Rekursionsverhalten gemäß der Listenstruktur, unabhängig von den Elementen der Liste.
- Daher heißen solche Funktionen **Rekursions-Schemata** oder (Listen-)**Funktionale**.
- Listen-Funktionale sind unabhängig vom Typ der Listenelemente. (Diesen muss nur die Funktion  $f$  kennen.)
- Funktionen, die gleich strukturierte Eingaben verschiedenen Typs verarbeiten können, heißen **polymorph**.

201

### 3.4 Polymorphe Funktionen

Das **Ocaml**-System inferiert folgende Typen für diese Funktionale:

```
map : ('a -> 'b) -> 'a list -> 'b list
fold_left : ('a -> 'b -> 'a) -> 'a -> 'b list -> 'a
fold_right : ('a -> 'b -> 'b) -> 'a list -> 'b -> 'b
find_opt : ('a -> bool) -> 'a list -> 'a option
```

→ 'a und 'b sind **Typvariablen**. Sie können durch jeden Typ ersetzt (**instanziiert**) werden (aber an jedem Vorkommen durch den gleichen Typ).

### 3.4 Polymorphe Funktionen

Das **Ocaml**-System inferiert folgende Typen für diese Funktionale:

```
map : ('a -> 'b) -> 'a list -> 'b list
fold_left : ('a -> 'b -> 'a) -> 'a -> 'b list -> 'a
fold_right : ('a -> 'b -> 'b) -> 'a list -> 'b -> 'b
find_opt : ('a -> bool) -> 'a list -> 'a option
```

→ 'a und 'b sind **Typvariablen**. Sie können durch jeden Typ ersetzt (**instanziiert**) werden (aber an jedem Vorkommen durch den gleichen Typ).